

1. x, y, z pozitif tam sayı,

$$\begin{array}{l} x^2 \cdot y = 48 \\ \downarrow \downarrow \\ 1^2 \cdot 48 = 48 \\ 2^2 \cdot 12 = 48 \\ 4^2 \cdot 3 = 48 \end{array} \quad \begin{array}{l} y \cdot z = 12 \\ \downarrow \downarrow \\ 1 \cdot 12 = 12 \\ 2 \cdot 6 = 12 \\ 3 \cdot 4 = 12 \\ 4 \cdot 3 = 12 \\ 6 \cdot 2 = 12 \\ 12 \cdot 1 = 12 \end{array}$$

$y = 12$ iken $x = 2, z = 1$ dir.

$$x + y + z = 2 + 12 + 1 = 15 \text{ tir.}$$

$y = 3$ iken $x = 4, z = 4$ tür.

$$x + y + z = 4 + 3 + 4 = 11 \text{ dir.}$$

Bu durumda toplamın en küçük değeri 11 dir.

CEVAP: B

2. a, b, c pozitif tam sayı,

$$4a + 3b + 5c = 71$$

c ye en küçük değer 1 verelim.

$$4a + 3b + 5 = 71$$

$$4a + 3b = 66$$

Şimdi, $a = 3$ ise $4 \cdot 3 + 3 \cdot b = 66$

$$12 + 3 \cdot b = 66$$

$$3 \cdot b = 54$$

$$b = 18 \text{ bulunur.}$$

$$a + b + c = 3 + 18 + 1 = 22$$

$c = 2, a = 1$ seçersek

$$4 \cdot 1 + 3 \cdot b + 5 \cdot 2 = 71$$

$$14 + 3b = 71$$

$$3b = 57$$

$$b = 19$$

$$a + b + c = 1 + 19 + 2 = 22$$

her iki durumda da en büyük değer 22 bulunur.

CEVAP: C

3. $x = 22$ ise $\frac{y}{z}$ nin 1 olması gerekir.

$$\frac{y}{z} = 1 \text{ ise } y = z \text{ dir. (koşula uymaz)}$$

$$x = 21 \text{ ise } \frac{y}{z} = 2 \text{ dir.}$$

$y = 2, z = 1$ seçilirse, $x + y + z$ toplamı en küçük olur. O halde,

$$x + y + z = 21 + 2 + 1$$

$$= 24$$

CEVAP: D

4. $a + b = 24$ ise $a = 1, b = 23$ seçildiğinde $a \cdot$

$$b = 1 \cdot 23 = 23 \text{ en küçük değeri olur.}$$

$$c \cdot d = 24 \text{ ise } c = 6, d = 4 \text{ seçilirse}$$

$$c + d = 6 + 4 = 10 \text{ en küçük değeri olur.}$$

Bu durumda istenen

$$a \cdot b + c + d = 23 + 10$$

$$= 33 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: B

5. x, y, z sayma sayısı $12 < x < y < z$

x i en küçük 13 seçeriz. O halde

$$13 + y + z = 60 \text{ dir.}$$

$$y + z = 47 \text{ bulunur.}$$

y, z ye çok yakın seçilirse en büyük değerine ulaşır.

$z = 24, y = 23$ seçilirse y nin en büyük değeri bulunur.

CEVAP: D



6. İki denklemi toplayalım.

$$\begin{array}{r} x - y + z = 12 \\ + x + y + z = 18 \\ \hline 2x + 2z = 30 \end{array}$$

$$x + z = 15 \text{ tir.}$$

$x + y + z = 18$ olduğuna göre

$$15 + y = 18$$

$$y = 3 \text{ tür.}$$

$x + z = 15$ denkleminde x ve z ye değer verelim.

$$x + z = 15$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \downarrow \\ 1 \quad 14 \\ 2 \quad 13 \\ \cancel{3} \quad \cancel{12} \\ 4 \quad 11 \\ 5 \quad 10 \\ \vdots \quad \vdots \\ \cancel{12} \quad \cancel{3} \\ \vdots \quad \vdots \\ 14 \quad 1 \end{array}$$

x ; 1 den 14 e kadar 14 farklı değerden 3 ve 12 hariç oniki değer alabilir.

CEVAP: E

7.

$$\begin{array}{r} \cancel{6} / x + z = 6 \\ + 4x + 5y - 6z = 29 \\ \hline 6x + \cancel{6z} = 36 \\ + 4x + 5y - \cancel{6z} = 29 \\ \hline 10x + 5y = 65 \\ \cancel{5} (2x + y) = \cancel{65} \end{array}$$

$$2x + y = 13 \text{ bulunur.}$$

$x + z = 6$ denkleminde $x = 1$ (en küçük) seçeriz. Bu değeri kullanarak,

$$2x + y = 13$$

$$2 \cdot 1 + y = 13$$

$$2 + y = 13$$

$$y = 11 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: D

8. x ve y sayma sayıları

$$x \cdot y + 2x + y = 61$$

x ler ortak

$$x(y + 2) + y = 61 \quad (2 \text{ ekleyelim})$$

$$x \cdot (y + 2) + y + 2 = 61 + 2$$

$$\underbrace{(y + 2)}_{\text{ortak}} \cdot \underbrace{(x + 1)}_{\text{ortak}} = 63$$

$$1 \quad 63 \rightarrow y = -1, \quad x = 62 \text{ (olmaz)}$$

$$3 \quad 21 \rightarrow y = 1, \quad x = 20$$

$$7 \quad 9 \rightarrow y = 5, \quad x = 8$$

$$9 \quad 7 \rightarrow y = 7, \quad x = 6$$

$$21 \quad 3 \rightarrow y = 19, \quad x = 2$$

$$63 \quad 1 \rightarrow y = 61, \quad x = 0 \text{ (olmaz)}$$

Bu durumda, x in dört farklı değeri vardır.

CEVAP: E

9. x, y, z birer pozitif tam sayı,

$$x \cdot y = 18 \quad y + z = 12$$

$$\downarrow \downarrow \quad \downarrow \downarrow$$

$$1 \cdot 18 \quad 18 \quad -6 \quad (\text{OLMAZ})$$

$$\boxed{2} \cdot 9 \quad 9 \quad \boxed{3}$$

$$\boxed{3} \cdot 6 \quad 6 \quad \boxed{6}$$

$$\boxed{6} \cdot 3 \quad 3 \quad \boxed{9}$$

$$\boxed{9} \cdot 2 \quad 2 \quad \boxed{10}$$

$$\boxed{18} \cdot 1 \quad 1 \quad \boxed{11}$$

$$x \cdot z = 2 \cdot 3 = 6$$

$$x \cdot z = 3 \cdot 6 = 18$$

$$x \cdot z = 6 \cdot 9 = 54$$

$$x \cdot z = 9 \cdot 10 = 90$$

$$x \cdot z = 18 \cdot 11 = 198$$

$x \cdot z$ nin en küçük değeri altıdır.

CEVAP: B

10. x, y, z birer doğal sayı, x ve y en küçük, z ye en büyük değer verirse;
 $x = y = 0$, $z = 40$ ise
 $x + 2y + 4z = 0 + 0 + 4 \cdot 40$
 $= 160$ bulunur.

CEVAP: E

11. x, y, z birer pozitif tam sayı $2x+3y+5z=50$
 z ye en büyük değer veririz y ve x e de en küçük değerler
- $$2x + 3y + 5z = 50$$
- $$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 9 \end{array}$$
- seçilirse, $x + y + z$ toplamı en küçük olur.
 Bu durumda;
 $x + y + z = 1 + 1 + 9$
 $= 11$ dir.

CEVAP: C

12. x in pozitif tamsayı olması için $y - 3$ sayısı 18 in bölenerleri olmalıdır.
 $y - 3 = 1, 2, 3, 6, 9, 18, -1, -2, -3, -6, -9, -18$ ancak
 $y - 3 = -3, -6, -9, -18$ olamaz.
 (y nin pozitif tamsayı olması gerekir.)
 $y - 3 = 1, \quad y - 3 = 2, \quad y - 3 = 3,$
 $\quad y = 4 \quad \quad y = 5 \quad \quad y = 6$
 $y - 3 = 6, \quad y - 3 = 9, \quad y - 3 = 18$
 $\quad y = 9 \quad \quad y = 12 \quad \quad y = 21$
 $y = 21$ değerleri x i pozitif yapar.
 $y - 3 = -1$ ise $x = \frac{18}{-1} + 3 = -15$ (OLMAZ)
 $y - 3 = -2$ ise $x = \frac{18}{-2} + 3 = -6$ (OLMAZ)
 o halde altı farklı y değeri için altı farklı x değeri bulunur.

CEVAP: B

13. $x - z = 4 - y$ ise
 $x + y = 4 + z$ dir.

$K = 6x + 6y - 4z$ ifadesinde $x + y$ nin değerini kullanalım.

$$K = 6(x + y) - 4z$$

$$K = 6 \cdot (4 + z) - 4z$$

$$K = 24 + 6z - 4z$$

$$K = 24 + 2z$$

z bir pozitif tamsayı olduğundan $z = 1$ seçersek, K en küçük olacaktır.

$$K = 24 + 2 \cdot 1$$

$$K = 24 + 2$$

$$K = 26$$

CEVAP: D



14.

$$\begin{array}{r} 3a + 4b + c = 31 \\ + \quad -/2a + 3b + c = 24 \\ \hline a + b = 7 \text{ bulunur} \end{array}$$

$$2a + 3b + c = 24 \text{ idi}$$

$$2a + 2b + b + c = 24$$

$$2 \underbrace{(a + b)}_7 + b + c = 24$$

$$14 + b + c = 24$$

$$b + c = 10 \text{ bulunur.}$$

a, b, c sayma sayıları ise $a + b = 7$ denkleminde b yi en küçük 1 seçeriz.

$b + c = 10$ denkleminde yazalım

$$1 + c = 10$$

$$c = 9 \text{ bulunur.}$$

CEVAP: E

16. İfadeyi düzenleyelim

$$a^2 = a \cdot c - 6 \cdot b$$

$$a^2 - a \cdot c = -6 \cdot b$$

$$a(a - c) = -6 \cdot b$$

$$a \cdot (-4) = -6 \cdot b$$

$$+4 \cdot a = +6 \cdot b$$

$$2 \cdot a = 3 \cdot b$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad 2 \end{array}$$

$$c - a = 4 \text{ idi}$$

$$c - 3 = 4$$

$$c = 7 \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} a + b + c &= 3 + 2 + 7 \\ &= 12 \end{aligned}$$

CEVAP: A

15. $a < b < c$ ve $c + \frac{b}{a} = 19$

$c = 18$ alırsak $a = b$ dir. (OLMAZ)

$c = 17$ olsun

$$17 + \frac{b}{a} = 19$$

$$\frac{b}{a} = 2$$

$b < c$ olduğundan $b = 16$ ve $a = 8$ seçilirse

$$17 + \frac{16}{8} = 19 \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \text{Bu durumda; } a + b + c &= 8 + 16 + 17 \\ &= 41 \end{aligned}$$

CEVAP: B

17. 24 ün çarpanlarını yazalım.

$$(x + 2) \cdot (y + 3) = 24$$

$$\begin{array}{l} \cancel{1} \quad \cancel{24} \rightarrow x = -1 \quad y = 21 \\ \cancel{2} \quad \cancel{12} \rightarrow x = 0 \quad y = 9 \\ 3 \quad 8 \rightarrow x = 1 \quad y = 5 \rightarrow x \cdot y = 5 \\ 4 \quad 6 \rightarrow x = 2 \quad y = 3 \rightarrow x \cdot y = 6 \\ 6 \quad 4 \rightarrow x = 4 \quad y = 1 \rightarrow x \cdot y = 4 \\ \cancel{8} \quad \cancel{3} \rightarrow x = 6 \quad y = 0 \\ \cancel{12} \quad \cancel{2} \rightarrow x = 10 \quad y = -1 \\ \cancel{24} \quad \cancel{1} \rightarrow x = 22 \quad y = -2 \end{array}$$

3 farklı değer alır.

CEVAP: B

18. Verilen ifadeyi;

$$\frac{36 - 18a}{a^2} = \frac{36}{a^2} - \frac{18a}{a^2} = \frac{36}{a^2} - \frac{18}{a} \quad \text{şeklinde}$$

düzenleyelim.

a^2 nin 36 nın böleni ve a nın 18 in böleni olan tamsayıları bulmalıyız.

$a = 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6$ (a^2 için uygun değerler)

18 in böleni olan 9, -9, 18, -18 sayıları $\frac{36}{a^2}$

ifadesini bir tamsayı yapmadığı için almadık.

$$a = 1 \text{ ise } \frac{36}{1} - \frac{18}{1} = 36 - 18 = 18 > 0$$

$$a = -1 \text{ ise } \frac{36}{1} + \frac{18}{1} = 36 + 18 = 54 > 0$$

$$a = 2 \text{ ise } \frac{36}{4} - \frac{18}{2} = 9 - 9 = 0 \text{ (olmaz)}$$

$$a = -2 \text{ ise } \frac{36}{4} + \frac{18}{2} = 9 + 9 = 18 > 0$$

$$a = 3 \text{ ise } \frac{36}{9} - \frac{18}{3} = 4 - 6 = -2 \text{ (olmaz)}$$

$$a = -3 \text{ ise } \frac{36}{9} + \frac{18}{3} = 4 + 6 = 10 > 0$$

$$a = 6 \text{ ise } \frac{36}{36} - \frac{18}{6} = 1 - 3 = -2 \text{ (olmaz)}$$

$$a = -6 \text{ ise } \frac{36}{36} + \frac{18}{6} = 1 + 3 = 4 > 0$$

a nın 5 farklı tamsayı değeri vardır.

CEVAP: D

19. $15 < x < y < z < 60$

$$x + \frac{z}{y} = 20 \quad x = 18 \text{ alalım.}$$

$$18 + \frac{z}{y} = 20 \quad \frac{z}{y} = 2 \text{ dir.}$$

$z = 58, y = 29$ aldığımızda toplam en büyük değerine ulaşır.

$$x + y + z = 18 + 29 + 58 = 105$$

CEVAP: C

20. a ve b pozitif tamsayılar olduğuna göre, $a + b$ sayısı a dan büyüktür. $a + b$ çarpanı a dan büyük olacak şekilde seçim yapalım.

$$(a + b) \cdot a = 24$$

$$24 \quad 1 \rightarrow b = 23$$

$$12 \quad 2 \rightarrow b = 10$$

$$8 \quad 3 \rightarrow b = 5$$

$$6 \quad 4 \rightarrow b = 2$$

b nin dört farklı değeri vardır.

CEVAP: B

